

Christoph Holzbaur

Neue Lösungsansätze für das Generalized-Assignment-Problem

Studienarbeit

BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei www.GRIN.com hochladen
und kostenlos publizieren





Studienarbeit

Neue Lösungsansätze für das Generalized-Assignment-Problem

von

Christoph Holzbaur

Matr. 959821

19. Juni 2006

Technische Universität Darmstadt
Fachbereich Rechts- und Wirtschaftswissenschaften
Institut für Betriebswirtschaftslehre
Fachgebiet Operations Research



Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	V
Tabellenverzeichnis	VI
Abkürzungsverzeichnis	VII
1 Einleitung	1
1.1 Mathematische Darstellung des Generalized-Assignment-Problems .	2
1.2 Der Lösungsraum des Generalized-Assignment-Problems	4
2 Heuristiken	5
2.1 Die Heuristik von Martello und Toth	5
2.1.1 Darstellung als Maximierungsproblem	6
2.1.2 Die Heuristik	7
2.1.3 Ein Beispiel für die Heuristik von Martello und Toth	9
2.2 Elliptische Schnitte	12
2.3 Weitere Heuristiken für das Generalized-Assignment-Problem	14
2.3.1 Genetische Algorithmen	15
2.3.2 Tabu-Search	16
2.3.3 Scatter-Search und Path-Relinking	18
3 Branch-and-Bound	20
3.1 Branch-and-Bound im Allgemeinen	20
3.2 Der Algorithmus von Martello und Toth	22
3.2.1 Den Lösungsraum reduzieren	22



3.2.2	Eine obere Schranke ermitteln	24
3.2.3	Die maximale Distanz	25
3.2.4	Die Branching-Strategie	27
3.2.5	Ein Beispiel für den Algorithmus von Martello und Toth	28
4	Branch-and-Cut	33
4.1	Das Schnittebenenverfahren	34
4.2	Die Branching-Strategie des Branch-and-Cut Verfahrens	36
4.3	Gültige Schnittebenen konstruieren	36
4.3.1	Gomory-Cuts	38
4.3.2	Ein Beispiel für Gomory-Cuts	38
4.3.3	Spezielle Schnittebenen	40
4.3.4	Ein Beispiel für spezielle Schnittebenen	42
5	Branch-and-Price	45
5.1	Die Dantzig-Wolfe Dekomposition	46
5.2	Die Set-Partition Zerlegung	49
5.3	Die Spaltengenerierung von Savelsbergh	50
5.4	Ein Beispiel für die Spaltengenerierung	52
5.5	Die Branching-Strategie	59
6	Branch-and-Cut-and-Price	63
6.1	Schnittebenen für Branch-and-Cut-and-Price	64
6.2	Das Stabilisieren der Spaltengenerierung	64
6.2.1	Die Methodik	65
6.2.2	Die Anwendung im Algorithmus	67
6.3	Ein Beispiel für die stabilisierte Spaltengenerierung	67
6.4	Testergebnisse	71
7	Glossar	74
7.1	Polytop	74
7.2	Set-Partition	74
7.3	Relaxation	75
7.4	0/1-Knapsackproblem	75
7.5	Metaheuristiken	76



7.6	Ejection-Chain	76
7.7	Nachbarschaft	77
7.8	OR-Library	77
A	Ein vollständiges Beispiel für die stabilisierte Spaltengenerierung	78
	Literaturverzeichnis	89



Abbildungsverzeichnis

1.1	Mögliche Zuordnung von 8 Aufträgen zu 3 Arbeiter	1
3.1	Aufteilung, wenn \hat{j} von keinem Arbeiter übernommen wurde	27
3.2	Aufteilung, wenn \hat{j} von mehreren Arbeitern übernommen wurde	28
3.3	Lösungsbaum für Branch-and-Bound	32
4.1	Finden des Optimums mit dem Schnittebenenverfahren	35
4.2	Ablauf von Branch-and-Cut	37
5.1	Ablauf von Branch-and-Price	62
6.1	Ablauf von Branch-and-Cut-and-Price	73



Tabellenverzeichnis

2.1	Überführung einer Lösung in eine andere beim Path-Relinking . . .	19
6.1	Auswirkung der Stabilisierung	71
6.2	Auswirkung der Stabilisierung	72



Abkürzungsverzeichnis

BCP	<u>B</u> branch-and- <u>C</u> ut-and- <u>P</u> rice
CGA	<u>C</u> onstructive <u>G</u> enetic <u>A</u> lgorithm
GA	<u>G</u> enetic <u>A</u> lgorithm
GAP	<u>G</u> eneralized- <u>A</u> ssignment- <u>P</u> roblem
ILP	<u>I</u> nteger <u>L</u> inear <u>P</u> rogram
LP	<u>L</u> inear <u>P</u> rogram
MGAP	<u>M</u> ultiple- <u>C</u> hoice <u>G</u> eneralized- <u>A</u> ssignment- <u>P</u> roblem
MIP	<u>M</u> ixed- <u>I</u> nteger <u>P</u> rogram
MP	<u>M</u> aster <u>P</u> roblem
RMP	<u>R</u> estricted <u>M</u> aster <u>P</u> roblem



1 Einleitung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit neuen Ansätzen zur Lösung des Generalized-Assignment-Problems. Unter dem *Generalized-Assignment-Problem* (GAP) versteht man ein kombinatorisches Zuordnungsproblem, bei welchem n Aufträge von m Arbeitern bearbeitet werden sollen. Abbildung 1.1 zeigt eine mögliche Zuordnung von 8 Aufträgen zu 3 Arbeitern.¹

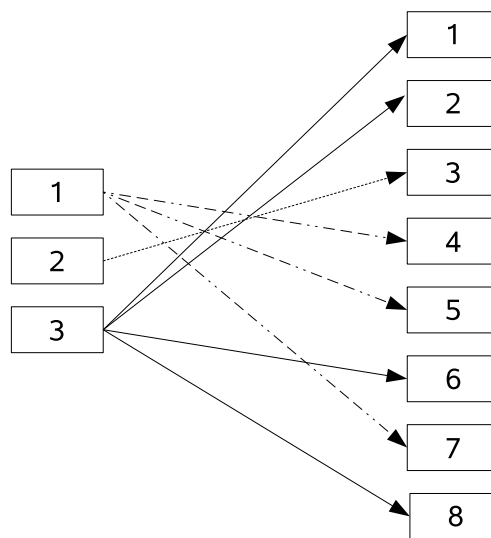


Abbildung 1.1: Mögliche Zuordnung von 8 Aufträgen zu 3 Arbeiter

Beim Generalized-Assignment-Problem ist zu beachten, dass

- jeder Arbeiter durch seine maximale Arbeitszeit beschränkt ist und für jeden Auftrag eine bestimmte Menge an Zeiteinheiten (ZE) benötigt
- falls ein Arbeiter einen Auftrag übernimmt Kosten entstehen, die abhängig von der Kombination Arbeiter \leftrightarrow Auftrag sind.

¹Das Beispiel, das zu dieser Zuordnung führt wird in Kapitel 3.2.5 behandelt.



Das Ziel des GAP ist es, die gesamten Kosten unter Berücksichtigung der gegebenen Schranken zu minimieren.

In der Praxis findet das Generalized-Assignment-Problem häufig Anwendung. Abgesehen von der Zuordnung von Aufgaben zu Maschinen wird das GAP benutzt wenn in einem Rechnerverbund mehrere Prozesse bearbeitet werden sollen. Mit Hilfe des Generalized-Assignment-Problems werden diese dann an die verschiedenen Computer verteilt.

In der Literatur tritt das Generalized-Assignment-Problem häufig auch als Maximierungsproblem auf. Hierbei wird versucht den maximalen Profit bzw. Nutzen für eine Verteilung von Aufträgen an Arbeiter unter den gegebenen Grenzen zu erreichen. Die Umrechnung des Generalized-Assignment-Problems von der Minimierungs- in die Maximierungsform wird in Kapitel 2.1.1 behandelt.

Beim Generalized-Assignment-Problem handelt es sich um ein ganzzahliges lineares Optimierungsproblem. Garey und Johnson [14] haben bewiesen, dass das Generalized-Assignment-Problem NP-schwer ist. Es existiert daher wahrscheinlich kein Algorithmus, der das GAP in polynomialer Zeit lösen kann (vgl. [11]). Deshalb wurden in letzter Zeit einige Anstrengungen unternommen gute Heuristiken zu finden, die nicht unbedingt das Optimum eines Problems sondern eine gute Näherungslösung in möglichst kurzer Zeit suchen. Einige von ihnen werden in Kapitel 2 beschrieben. Diese Arbeit beschäftigt sich dennoch hauptsächlich mit exakten Lösungsverfahren, da diese hervorragende Ergebnisse erzielen. Die zur Zeit effektivsten exakten Lösungsverfahren sind Variationen des bekannten Branch-and-Bound Verfahrens und werden in Kapitel 3 näher beschrieben.

1.1 Mathematische Darstellung des Generalized-Assignment-Problems

Das Generalized-Assignment-Problem kann als ganzzahliges lineares Programm (*Integer Linear Program*, ILP) folgendermaßen mathematisch beschrieben werden.